



Pagrindiniai klausimai:

■ **Kaip PISA tyrime apibrėžiamas matematinis raštingumas?**

■ **Kokias matematikos užduotis PISA tyrimo metu atlieka mokiniai?**

■ **Koks yra Lietuvos penkiolikmečių matematinis raštingumas?**

■ **Kaip gerai mūsų mokiniai suvokia matematikos sąvokas?**

■ **Koks per matematikos pamokas sprendžiamų uždavinių ryšys su mokinių matematinio raštingumo rezultatais?**

■ **Kokius iššūkius esame pasirengę priimti?**

MATEMATINIS RAŠTINGUMAS PISA TYRIMŲ PAGRINDU

Aukštesnių gebėjimų ugdymas, tarp jų ir matematinio raštingumo ugdymas, pabrėžiamas pagrindiniuose strateginiuose švietimo dokumentuose. Pagrindinis Valstybinėje švietimo 2013–2022 metų strategijoje nurodomas tikslas – padaryti Lietuvos švietimą tvariu pagrindu valstybės gerovei kelti, veržliam ir savarankiškam žmogui, atsakingai ir solidariai kuriančiam savo, valstybės ir pasaulio ateitį. Siekiant šio tikslo 2022 m. 51 proc. penkiolikmečių mokinių turėtų būti bent 3 (iš 6) tarptautinio mokymosi pasiekimų tyrimo PISA lygio. Lietuvos pažangos strategijoje „Lietuva 2030“ keliamas tikslas, kad 2030 m. tokių mokinių būtų bent 55 proc. Valstybinėje švietimo strategijoje taip pat nurodoma, kad 2022 m. Turėtų būti mažiau nei 20 proc. mokinių, nepasiekiančių 2 (iš 6) PISA tyrimo lygio pagal matematinį raštingumą.

2012 m. PISA tyrimo metu išsamiai buvo tyrinėtas matematinis raštingumas. Tyrimo siekta įvertinti ne tik tai, kokių mastu mokiniai gali atkurti išmoktas matematikos žinias, bet ir tai, kaip gerai jie gali panaudoti tai, ką sužinojo, ir taikyti matematikos žinias naujose ir nežinomose situacijose. Svarbus tyrinėtas matematinio raštingumo aspektas yra matematikos sąsaja su realiu gyvenimu.

Pagrindiniai rezultatai:

- 2012 m. Lietuva pagal matematinio raštingumo rezultatus buvo 34–40 vietas pasidalijusių šalių grupėje iš 65 tyrime dalyvavusių šalių, statistiškai reikšmingai žemiau EBPO šalių rezultatų vidurkio. Mokinių matematinio raštingumo vidutinis rezultatas statistiškai reikšmingai nesiskyrė nuo 2006 ir 2009 metų; statistiškai reikšmingų pokyčių nenustatyta nei įvairiose PISA tyrimo turinio srityse, nei pagal gebėjimų grupes;
- žemo pasiekimų lygio mokinių nemažėja: net 26 proc. mūsų mokinių per 2012 m. tyrimą nepasiekė 2 pasiekimų lygio;
- tik 8 proc. šalies mokinių rezultatai buvo 5 ar 6 pasiekimų lygio, o tai yra gerokai mažiau nei EBPO šalių vidurkis. Palyginti mažą šių mokinių dalį sudaro merginos;
- mokiniams geriau sekėsi spręsti skaičių ir skaičiavimų srities uždavinius, prasčiau – erdvės ir figūrų, statistikos ir tikimybių sričių;
- Lietuvos mokiniams sunkiausiai sekėsi matematinį rezultatų interpretavimo, taikymo ir vertinimo srities uždavimus;
- ryškus atotrūkis tarp kaimo ir didmiesčio mokyklose besimokančiųjų, taip pat tarp pagrindinėse mokyklose ir gimnazijose besimokančiųjų. Dauguma 2-o pasiekimų lygio nepasiekusių mokinių yra pagrindinių mokyklų, kaimo vietovėse esančių mokyklų auklėtiniai;
- mokinių matematinio raštingumo pasiekimai teigiamai koreliuoja su mokinių pagrindinių matematikos sąvokų išmanymo lygiu. Šį išmanymą penkiolikmečiai pajėgūs gana objektyviai įsivertinti.

Siūlymai:

- padidinti matematikos mokymuisi skirtų privalomų pamokų skaičių; jis yra vienas mažiausių tarp šalių-tyrimo dalyvių ir akivaizdžiai nepakankamas norint išspręsti matematinio ugdymo problemas, jau nekalbant apie naujai kylančius šios ugdymo srities iššūkius;
- nacionaliniu lygmeniu būtina parengti žemų pasiekimų prevencijos programą ir užtikrinti jos įgyvendinimą;
- ugdymo procesą labiau individualizuoti, diferencijuoti, atlikti įvairesnių ir įvairaus sudėtingumo uždavinių, daugiau dėmesio skirti gabiems mokiniams lavinti;
- formuoti ugdytojų (plačiąja prasme) nuostatą priimti asmeninę atsakomybę už šalies mokinių pasiekimų gerinimą;
- puoselėti tyrimų duomenimis ir vertingos praktikos pavyzdžiais grįstą kultūrą.

MATEMATINIO RAŠTINGUMO SAMPRATA PISA TYRIME

Atliekant 2012 m. PISA tyrimą vadovautasi atnaujinta matematinio raštingumo samprata, kurioje pabrėžiamas mokyklinės matematikos vaidmuo šiuolaikinėje visuomenėje, matematikos uždavinių sprendimo rezultatų interpretavimas, žinių taikymas, reiškinų prognozavimas: matematinis raštingumas – tai *matematinis individo gebėjimas taikyti matematikos žinias ir interpretuoti gautus rezultatus įvairiuose kontekstuose. Šis terminas apibūdina individo gebėjimą matematiškai argumentuoti ir naudotis matematikos sąvokomis, procedūromis, faktais ir priemonėmis siekiant apibūdinti, paaiškinti ir nuspėti tam tikrus reiškinius. Matematinis*

raštingumas padeda mokiniams suprasti matematikos vaidmenį pasaulyje ir atlikti pagrįstus sprendimus, reikalingus kiekvienam konstruktyviam, suinteresuotam ir mėstančiam piliečiui.

2009 m. PISA tyrime matematinis raštingumas apibrėžtas kaip *gebėjimas atpažinti ir suprasti matematikos vaidmenį pasaulyje, daryti pagrįstus sprendimus ir juos taikyti, užsiimti matematika tais būdais, kurie atitinka individo, kaip konstruktyviai veikiančio, suinteresuoto ir sąmoningo piliečio, gyvenimo poreikius.*

MATEMATINIO RAŠTINGUMO ASPEKTAI PISA TYRIME

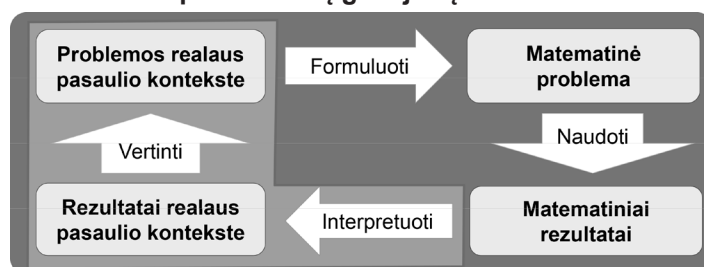
Visos PISA tyrime mokiniams pateikiamos užduotys yra kontekstinės, susijusios su realiomis situacijomis. Skiriami **4 tipų kontekstai**:

- **asmeninis**, susijęs su individų ar šeimos kasdienio gyvenimo klausimais;
- **visuomeninis**, susijęs su vietos, šalies ar viso pasaulio bendruomene;
- **profesinis**, susijęs su darbo pasauliu;
- **mokslinis**, susijęs su matematikos naudojimu mokslo ir technologijų srityje.

Tyrėjų priimta matematinio raštingumo dedamųjų, jų tarpusavio ryšių schema pateikta 1 pav. Matematiniai gebėjimai skiriami į tris pagrindines grupes:

- **matematinis situacijų formulavimas** (realaus gyvenimo problemos nustatymas, t. y. *suformulavimas* matematikos kalba, pavertimas „matematinė problema“);
- **matematikos sąvokų, faktų ir procedūrų taikymas ir argumentavimas** (*naudojimas* matematikos sąvokomis

1 pav. Tiriamų gebėjimų schema



Duomenų šaltinis: Tarptautinis penkiolikmečių tyrimas OECD PISA 2012. Ataskaita

ir teiginiais, faktais ir procedūromis, algoritmais ir jų taikymo modeliais);

- **matematinų rezultatų interpretavimas, taikymas ir vertinimas** (gautų rezultatų *interpretavimas* ir *vertinimas* atsižvelgiant į pradinę problemos formuluotę, į kontekstą).

Kaip tiriami gebėjimai yra susiję su įprastai mokykloje ugdomais matematiniais gebėjimais, parodyta 1 lentelėje.

1 lentelė. Pagrindinių matematinų gebėjimų ir PISA tiriamų gebėjimų grupių ryšys

Tiriami gebėjimai	Matematinis situacijų formulavimas	Matematikos sąvokų, faktų, procedūrų taikymas ir argumentavimas	Matematinų rezultatų interpretavimas, taikymas ir vertinimas
Komunikavimas	Skaityti, iššifruoti, suprasti formuluotes, klausimus, užduotis, objektus, vaizdus ar animacijas (kompiuterinės užduotys), norint sudaryti situacijos matematinį modelį.	Suformuluoti sprendimą, parodyti sprendimo kelią ir (arba) apibendrinti ir pateikti tarpinius matematinis rezultatus.	Atsižvelgiant į problemos kontekstą sumanyti ir pateikti paaiškinimus ir argumentus.
Problemos užrašymas matematine forma	Nustatyti realaus pasaulio problemos pagrindinius matematinis kintamuosius ir struktūras ir jais naudojantis daryti prielaidas.	Suprantant kontekstą valdyti matematinio sprendimo procesą.	Atsižvelgiant į taikomą matematinį modelį suprasti matematinio sprendimo apimtį ir ribas.
Reprezentavimas	Sukurti matematinį realaus pasaulio informacijos reprezentavimą.	Sprendžiant problemą suprasti, susieti ir taikyti įvairius vaizdavimo ar reprezentavimo būdus.	Interpretuoti, palyginti, įvertinti įvairiomis formomis pateiktus matematinis rezultatus.
Argumentavimas	Paaiškinti, pateikti realaus pasaulio reprezentacijos pagrindimą.	Paaiškinti, pateikti procesų ir procedūrų, naudojamų matematinų rezultatų pagrindimą. Jungti, apibendrinti informaciją, sukurti daugiapakopį argumentavimą.	Apmąstyti matematinį sprendimą ir pateikti paaiškinimus ir argumentus, kurie patvirtina, paneigia arba patikslina kontekstinės problemos matematinį sprendimą.
Strategijų problemoms spręsti radimas	Pasirinkti ar sukurti planą ar strategiją siekiant matematiškai performuluoti kontekstinės problemas.	Pasirinkti, susieti ir taikyti žinias ir procedūras matematiniam sprendimui, išvadai ar apibendrinimui gauti.	Sugalvoti ir įgyvendinti strategiją kontekstinės problemos matematiniam sprendimui interpretuoti, įvertinti ir patvirtinti.

Simbolinės, formalios, techninės kalbos ir operacijų naudojimas	Aprašant realaus pasaulio problemą naudoti tinkamus kintamuosius, simbolius, diagramas, standartinius modelius.	Suprasti ir taikyti formalius konstruktus (apibrėžimus, taisykles, algoritmus) pateikiant sprendimus.	Suprasti problemos konteksto ir gauto matematinio sprendinio ryšį. Interpretuoti sprendinio tinkamumą, atsižvelgiant į galimus apribojimus.
Matematinų priemonių naudojimas	Naudoti matematinės priemonės siekiant atpažinti matematinės struktūras, vaizduojant matematinis santykius.	Žinoti apie priemones, kuriomis galima pasinaudoti ieškant matematinų sprendimų, ir gebėti jomis pasinaudoti.	Taikyti matematinės priemonės norint nustatyti matematinio sprendimo tinkamumą ir sprendimo apribojimus.

Duomenų šaltinis: PISA Assessment and Analysis Framework, 2013

Mokinių gebėjimai įvertinami pagal tai, kaip mokiniai sprendžia užduotis. Pateikiamos užduotys gali būti klasifikuojamos (taip pat ir analizuojamos) pagal kelis požymius: turinio sritį, gebėjimų sritį, kontekstą, pasiekimų lygį. PISA tyrime skiriamos 4 turinio sritys: kaita ir ryšiai; skaičiai ir skaičiavimai; erdvės ir figūros; statistika ir tikimybės. Mokinio įgyto matematinio raštingumo laipsnį apibūdina nustatytas jo pasiekimų lygis. Platesnius gebėjimų, turinio sričių, kontekstų, pasiekimų lygių aprašus galima rasti *Tarptautinio penkiolikmečių tyrimo OECD PISA 2012 ataskaitoje*.

Tyrimo metu mokiniai sprendžia tam tikros struktūros užduotis: pateikiami pradiniai duomenys (tekstas, lentelė, grafikas, diagrama ir pan.), o po jų – keli įvairių tipų (uždari, trumpo atsakymo, atviri) klausimai. Atsakymai į šiuos klausimus teikia informacijos apie mokinių gebėjimą atlikti tam tikros turinio sritys, gebėjimų grupės, konteksto ar pasiekimų lygio užduotis.

2 pav. pateiktas tokios užduoties pavyzdys. Norėdami atlikti užduotį „Sukamosios durys“, iš pradžių mokiniai turi perskaityti sąlygą ir įsigilinti ją.

Pirmas klausimas atitinka turinio sritį *erdvė ir figūros*, nes reikalauja geometrinų žinių ir erdvinio supratimo. Mokinys turi interpretuoti paveikslėlius, paskui pritaikyti žinias apie kampus. Šio klausimo kontekstas – mokslinis, nes situacija susijusi su matematikos naudojimu technologijų srityje. Klausimas priskiriamas 3 pasiekimų lygiui (iš viso yra 6 lygiai). Į jį teisingai atsakė 49,9 proc. Lietuvos mokinių.

Antras klausimas yra iš tos pačios turinio sritys, tačiau tirama kita gebėjimų grupė. Iš mokinio reikalaujama pademonstruoti gerus geometrinio samprotavimo ir argumentavimo gebėjimus. Tai vienas sunkiausių klausimų, teisingai į jį atsakė tik 2,3 proc. Lietuvos mokinių. Tai – 6-o pasiekimų lygio klausimas.

Norėdami atsakyti į trečią užduoties klausimą, mokiniai turi atlikti veiksmus su skaičiais. Taigi čia tikrinami mokinių *skaičių ir skaičiavimų* srities gebėjimai. Atsakant į šį klausimą reikia gebėti užrašyti problemą matematine forma, samprotauti ir kt., – tai *formulavimo gebėjimai*. Šis klausimas yra 4-o pasiekimų lygio. Teisingai į jį atsakė 39,8 proc. Lietuvos mokinių.

Daugiau PISA užduočių pavyzdžių galima rasti leidinyje *Matematinio raštingumo užduočių pavyzdžiai*.

2 pav. Užduoties pavyzdys

SUKAMOSIOS DURYS

Sukamosios durys turi tris vadinamuosius „sparnus“, kurie sukasi apskritimo formos erdvėje. Šios erdvės vidinis skersmuo – 2 metrai (200 centimetrų). Trys durų „sparnai“ šią erdvę dalina į tris vienodus sektorius. Žemiau pateiktoje schemeje durų „sparnai“ pavaizduoti trimis skirtingomis pozicijomis žvelgiant iš viršaus.

Įėjimas

Išėjimas

„Sparnai“

1 klausimas: SUKAMOSIOS DURYS

Kokio dydžio kampą laipsniais sudaro du durų „sparnai“?

Kampo dydis:°

Turinio sritis: Erdvė ir figūros
Gebėjimų sritis: Taikymas ir argumentavimas
Kontekstas: Mokslinis
Pasiekimų lygis: 3

2 klausimas: SUKAMOSIOS DURYS

Dvi durų **angos** (taškais pažymėti lankai brėžinyje) yra vienodo dydžio. Jei šios angos yra per plačios, besisukantys „sparnai“ nesudaro sandarios erdvės ir oras gali laisvai tekėti tarp įėjimo ir išėjimo, tad oras viduje per daug išyla arba atšąla. Tai pavaizduota brėžinyje dešinėje.

Koks gali būti maksimalus kiekvienos durų angos lanko ilgis centimetrais (cm), kad oras niekada netekėtų tarp įėjimo ir išėjimo?

Galimas oro tekėjimas šioje pozicijoje.

Turinio sritis: Erdvė ir figūros
Gebėjimų sritis: Formulavimas
Kontekstas: Mokslinis
Pasiekimų lygis: 6

Maksimalus lanko ilgis: cm

3 klausimas: SUKAMOSIOS DURYS

Per minutę durys visiškai apsisuka 4 kartus. Kiekviename iš trijų durų sektorių yra vietos daugiausiai dviem žmonėms.

Kiek daugiausiai žmonių gali pro duris į pastatą per 30 minučių?

A 60
B 180
C 240
D 720

Turinio sritis: Skaičiai ir skaičiavimai
Gebėjimų sritis: Formulavimas
Kontekstas: Mokslinis
Pasiekimų lygis: 4

Duomenų šaltinis: Matematinio raštingumo užduočių pavyzdžiai

LIETUVOS MOKINIŲ MATEMATINIO RAŠTINGUMO REZULTATŲ PASISKIRSTYMAS

PISA 2012 m. Lietuvos penkiolikmečių matematinio raštingumo rezultatų vidurkis siekė 479 taškus ir buvo statistiškai reikšmingai¹ mažesnis už EBPO šalių vidurkį (494 taškai). Lietuva pagal matematinio raštingumo rezultatus buvo 34–

40 vietas pasidalijusių šalių grupėje iš 65 tyrime dalyvavusių šalių. Mūsų mokinių rezultatai statistiškai reikšmingai nesiskyrė nuo Portugalijos, Italijos, Ispanijos, Rusijos, Slovakijos, JAV, Švedijos, Vengrijos ir Kroatijos rezultatų. Matemati-

¹ Statistiškai reikšmingas skirtumas – nustatytas tam tikro rodiklio skirtumas yra per didelis, kad būtų atsitiktinis.

nio raštingumo rezultatai kiek skyrėsi nuo ankstesnių tyrimų (2009 m. – 477 taškai, 2006 m. – 486 taškai), tačiau skirtumai nėra statistiškai reikšmingi. Dviem taškais aukštesnį bendrą 2012 metų rezultatą lėmė vaikinai – jų rezultatas buvo 5 taškais aukštesnis nei 2009 m.

3 pav. pavaizduotas Lietuvos mokinių rezultatų pasiskirstymas pagal pasiekimų lygius. Svarbu atkreipti dėmesį, kad 2-o lygio nepasiekė net 26 proc. Lietuvos mokinių. Valstybinėje švietimo 2013–2022 metų strategijoje numatyta siekti, kad 2017 m. būtų ne daugiau kaip 24 proc., 2022 m. – 20 proc. mokinių, nepasiekiančių 2-o matematinio raštingumo lygio. Tyrimų, atliktų Australijoje, Kanadoje, Šveicarijoje ir Danijoje, duomenys rodo, kad mokiniai, kurių gebėjimai yra menkesni nei 2 lygio, baigę privalomojo ugdymo pakopą, nebesimoko ir tolesniame gyvenime dažnai susiduria su nemenkais sunkumais. Žemų pasiekimų mokinių skaičius šalyje pakito nežymiai: 2006 m. tokių mokinių buvo 23 proc., 2009 m. – 26,3 proc., 2012 m. – 26 proc.

PISA tyrimo 5-as ar 6-as pasiekimų lygiai laikomi aukščiausiais. Lyginant 2012 m. atitinkamus rezultatus su ankstesnių tyrimų rezultatais, statistiškai reikšmingų pokyčių taip pat nenustatyta (2012 m. – 8,1 proc., 2009 m. – 7 proc., 2006 m. – 9,1 proc.).

Vidutiniai tiek vaikinų, tiek merginų rezultatai buvo panašūs. Panaši jų dalis nepasiekė ir 2-o pasiekimų lygio (skirtumas statistiškai nereikšmingas). 5-ą ar 6-ą pasiekimų lygius pasiekusių vaikinų dalis buvo statistiškai reikšmingai didesnė.

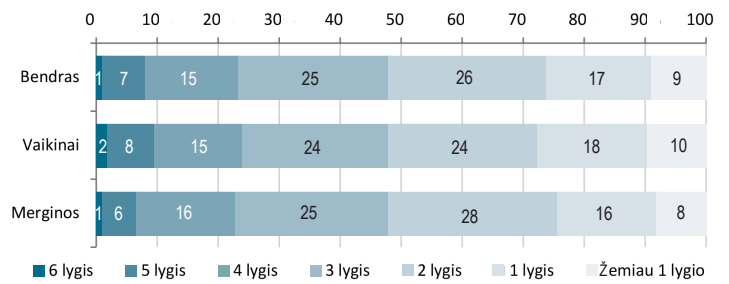
Lyginant rezultatus pagal vietovę, kurioje yra mokykla, matyti itin prasta miestelių ir kaimo mokyklų padėtis: net 38 proc. jų mokinių pasiekimai yra menkesni nei 2-o lygio (žr. 4 pav.). Miesteliuose ir kaimo vietovėse besimokančiųjų rezultatai nepriklauso nuo mokyklos tipo, o mokinių pasiekimų vidurkis yra net 34 taškais žemesnis už šalies vidurkį.

Didesniuose miestuose padėtis kitokia. Čia skirtingų tipų mokyklų mokinių rezultatų skirtumai akivaizdūs: aukščiausi yra gimnazijose, prasčiausi – pagrindinėse mokyklose. Šį faktą galima aiškinti tuo, kad nemaža gabesnių, sėkmingiau besimokančių mokinių, baigę aštuonias klases, tęsia mokslus gimnazijose. Tikėtina, kad čia dirba ir daugiau aukštesnės kvalifikacijos mokytojų.

Verta atkreipti dėmesį į itin nevienodus mokinių pasiekimus sostinės skirtingų tipų mokyklose: gimnazijose ir pagrindinėse mokyklose besimokančių mokinių vidutiniai rezultatai skiriasi net 127 skalės taškais (žr. 5 pav.).

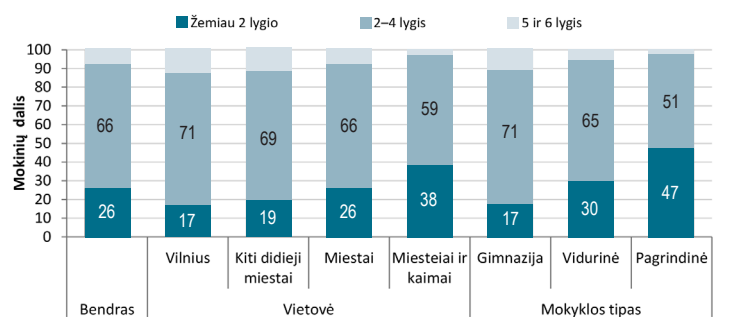
Analizuojant matematinio raštingumo rezultatus pagal gebėjimų sritis (žr. 6 pav.) išaiškėja, kad sunkiausia Lietuvos mokiniams buvo interpretuoti ir taikyti matematinius rezultatus. Kiek daugiau nei 29 proc. mokinių nepasiekė 2 lygio dviejose gebėjimų srityse: matematinio situacijų formulavimo ir matematinų rezultatų interpretavimo bei taikymo. Lyginant rezultatus pagal lytį nustatyta, kad matematinio situacijų formulavimo srityje mažesnė dalis merginų negu vaikinų nepasiekė 2 lygio (merginų – 18,6 proc., vaikinų – 30,3 proc.), tačiau didesnė dalis vaikinų negu merginų parodė aukščiausius pasiekimus: 5-ą ar 6-ą lygius pasiekė 12,2 proc. vaikinų, 9,7 proc. merginų.

3 pav. Rezultatų pasiskirstymas (proc.) pagal pasiekimų lygius



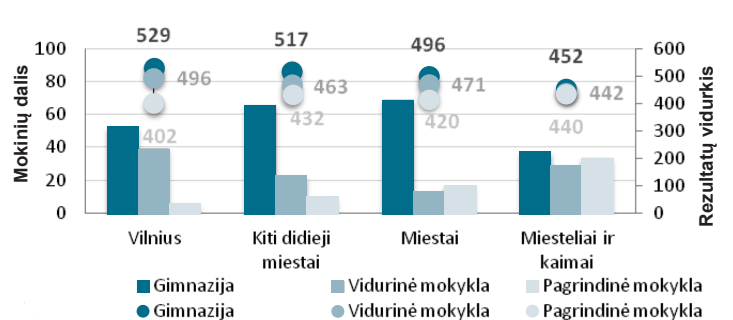
Duomenų šaltinis: PISA 2012 duomenų bazė

4 pav. Rezultatų pasiskirstymas (proc.) pagal vietovę ir mokyklos tipą



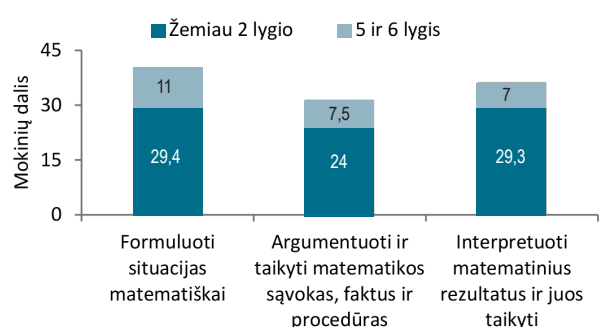
Duomenų šaltinis: PISA 2012 duomenų bazė

5 pav. Mokinių pasiskirstymas (proc.) ir matematinio raštingumo rezultatai pagal vietovę ir mokyklos tipą



Duomenų šaltinis: PISA 2012 duomenų bazė; paveikslas ir skaičiai: M. Stundža ir R. Dukynaitė

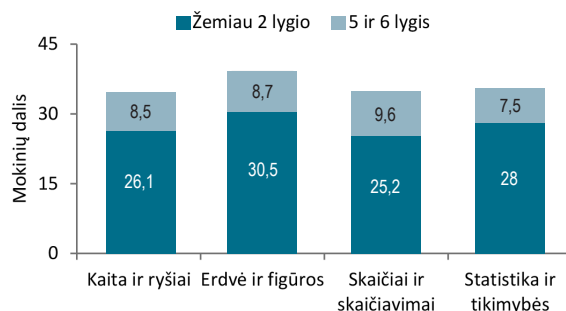
6 pav. Pasiekimų pasiskirstymas (proc.) pagal gebėjimų sritis



Duomenų šaltinis: PISA 2012 duomenų bazė

Lyginant rezultatus pagal turinio sritis (žr. 7 pav.) nustatyta, kad geriausiai Lietuvos mokiniams sekėsi spręsti skaičių ir skaičiavimų užduotis, o prasčiausiai – erdvės ir figūrų. Didžiausia dalis mokinių nepasiekė 2-o lygio spręsdami erdvės ir figūrų užduotis. Tuo tarpu mažiausia mokinių dalis 5-ą ar 6-ą lygį pasiekė statistikos ir tikimybių srityje. Trijose turinio srityse (kaitos ir ryšių, erdvės ir figūrų, skaičių ir skaičiavimų) didesnė dalis vaikinių negu merginų nepasiekė 2-o lygio ir pasiekė 5-ą ar 6-ą lygį. Tik statistikos ir tikimybių srityje didesnė dalis merginų negu vaikinių nepasiekė 2-o lygio (merginų – 26 proc., vaikinių – 20 proc.).

7 pav. Pasiekimų pasiskirstymas (proc.) pagal turinio sritis



Duomenų šaltinis: PISA 2012 duomenų bazė

KAIP GERAI MOKINIAI SUVOKIA MATEMATIKOS SĄVOKAS?

PISA tyrimo metu mokiniai ne tik atlieka užduotis, bet ir pildo klausimyną, kuriuo siekiama surinkti informacijos apie pačius mokinius, jų namus, mokyklinę ir mokymosi patirtį. Susiejus mokinių atsakymus su jų mokymosi rezultatais, galima nustatyti mokinio mokymąsi atskleidžiančias aplinkybes, mokinių mokymosi rezultatus lemiančius veiksnius.

J 2012 m. PISA tyrimo mokinio klausimyną buvo įtraukti keli klausimai apie matematikos sąvokas. Viename jų mokiniams buvo pateiktas sąrašas sąvokų ir klausama, kaip dažnai jie yra girdėję, kaip gerai jie žino, supranta kiekvieną jų. Pateiktame sąrašė buvo paminėtos ne tik tikros matematikos sąvokos, bet ir klaidingi žodžių junginiai, tokie kaip *tikrasis skaičius*, *tariamasis ištempimas* ir *deklaratyvioji trupmena*. Be to, tarp pateiktų matematikos sąvokų buvo tokių, kurias tyrime dalyvavę penkiolikmečiai pradėjo nagrinėti dar būdami penktokai ar šeštokai (*daliklis*, *šaknis*), ir tokių, kurias pagal bendrąsias programas jie turėtų pradėti nagrinėti tik 11 ar 12 klasėje (*rodiklinė funkcija*, *vektoriai*) ar net aukštojoje

mokykloje (*kompleksinis skaičius*). Apie 80 proc. šalies mokinių imties buvo devintos klasės mokiniai, tad jau turėjo būti įvaldę tokias sąvokas, kaip *racionalusis skaičius*, *šaknis*, *daugiakampis*, *sutampančiosios (lygios) figūros*, *aritmetinis vidurkis (imties vidurkis)*, *tikimybė*. *Kosinuso*, *kvadratinės funkcijos*, *tiesinės lygties* sąvokos yra iš 9 ir 10 klasės kurso. Kai kurias aukštesnėse klasėse nagrinėjamas sąvokas dalis mokinių galėjo būti girdėję ir papildomos veiklos metu.

Lyginant penkiolikmečių atsakymus apie sąvokų supratimą, jo lygį su mokinių pasiekimais paaiškėjo, kad tarp jų esama teigiamos koreliacijos², o teigiančių, kad gerai žino ir supranta sąvoką, rezultatų vidurkis buvo vidutiniškai 50 skalės taškų aukštesnis nei šio atsakymo nepasirinkusių mokinių (žr. 2 lentelę). Taigi galima teigti, kad kiekvienai sąvokai perprasti reikia laiko; sąvokas mokiniai perpranta skirtingu greičiu; penkiolikmečiai sugeba gana objektyviai įvertinti, kaip gerai žino ir supranta sąvokas.

Labiausiai žinomos mokiniams pasirodė sąvokos iš 6–8 klasių kurso: *šaknis* (78 proc.), *daugiakampis* (71 proc.), *daliklis* (53 proc.). Kiek mažiau žinomos 9 ir 10 klasių mokiniams atrodė tokios sąvokos, kaip *kvadratinė funkcija* (44 proc.), *tikimybė* (42 proc.), *aritmetinis vidurkis* (37 proc.), *tiesinė lygtis* (35 proc.), *sutampančioji figūra* (33 proc.), *racionalusis skaičius* (31 proc.), *kosinusas* (14 proc.), kurios yra nagrinėjamos būtent 9–10 klasėse.

Vertas dėmesio faktas, kad žemų pasiekimų (menkesnių negu 2-o lygio) mokiniai gana retai teigia, kad gerai žino ar supranta kurią sąvoką (žr. 8 pav.): *šaknis* (53 proc.), *daugiakampis* (44 proc.), *daliklis* (25 proc.), *tikimybė* (24 proc.), *kvadratinė funkcija* (22 proc.), *sutampančioji figūra* (17 proc.), *tiesinė lygtis*, *aritmetinis vidurkis*, *racionalusis skaičius* (po 15 proc.), *kosinusas* (10 proc.). 5-ą ar 6-ą pasiekimų lygį pasiekusių mokinių atitinkami atsakymai tokie: *šaknis* (98 proc.), *daugiakampis* (94 proc.), *daliklis* (85 proc.), *aritmetinis vidurkis* (77 proc.), *kvadratinė funkcija* (69 proc.), *tiesinė lygtis* (67 proc.), *tikimybė* (66 proc.), *sutampančioji figūra* (58 proc.), *racionalusis skaičius* (55 proc.), *kosinusas* (25 proc.).

Vis dėlto kas trečias 5-ą ar 6-ą pasiekimų lygį pasiekęs mokinys teigė gerai nežinąs tokių bazinių sąvokų, kaip *tiesinė lygtis*, *tikimybė*, *sutampančioji figūra* ar *racionalusis skaičius*.

2 lentelė. Mokinių atsakymų apie sąvokų supratimo lygį rezultatai

		Dalis (proc.)	Rezultatų vidurkis
Šaknis	Niekada arba girdėjau 1–2 kartus	6	399
	Girdėjau kelis kartus arba dažnai	16	423
	Gerai žinau, suprantu sąvoką	78	499
Daliklis	Niekada arba girdėjau 1–2 kartus	12	409
	Girdėjau kelis kartus arba dažnai	35	452
	Gerai žinau, suprantu sąvoką	53	515
Racionalusis skaičius	Niekada arba girdėjau 1–2 kartus	29	439
	Girdėjau kelis kartus arba dažnai	40	483
	Gerai žinau, suprantu sąvoką	31	518

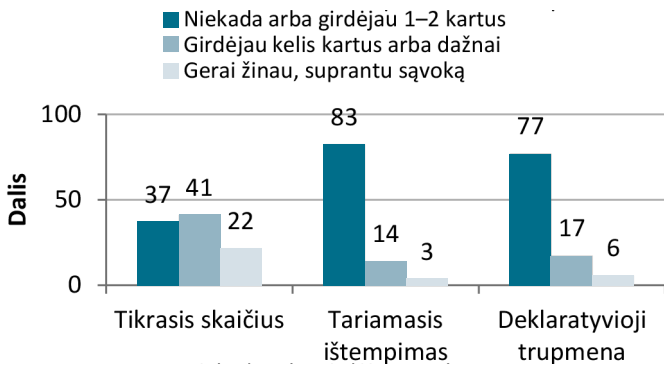
Duomenų šaltinis: PISA 2012 duomenų bazė

² Kintamųjų tarpusavio priklausomybė. Teigiamą koreliaciją, jei, vieno kintamojo reikšmėms didėjant, didėja ir kito kintamojo reikšmės.

Viena iš galimų priežasčių – mažas matematikos pamokų skaičius. Sąvokas, kurias pagal bendrąsias programas mokiniai turėtų nagrinėti aukštesnėse klasėse, teigė žinantys 3 proc. mokinių (statistiškai reikšmingų skirtumų tarp įvairių pasiekimų lygių mokinių šiuo atveju nenustatyta).

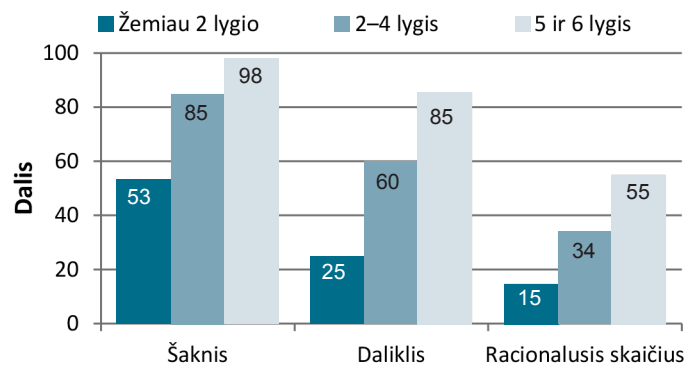
Kaip minėta, tarp mokiniams pateiktų sąvokų būta ir klaidingų. Apie 80 proc. mokinių atsakė, kad tokių sąvokų, kaip *tariamasis ištempimas* ir *deklaratyvioji trupmena*, nėra girdėję. Tačiau apie 60 proc. mokinių teigė kelis kartus girdėję ar gerai žinantys sąvoką *tikrasis skaičius*, o gerai šią sąvoką žinantys teigė gambiausieji mokiniai (matematinio raštingumo rezultatų vidurkis – 505 skalės taškai) (žr. 9 ir 10 pav.). Galbūt pastarasis žodžių junginys taip klaidino mokinius todėl, kad buvo sudarytas iš dviejų gerai pažįstamų žodžių? Kad ir kaip būtų, visi šie faktai verti apmąstymų

9 pav. Mokinių pasiskirstymas (proc.) pagal matematikos sąvokų supratimą



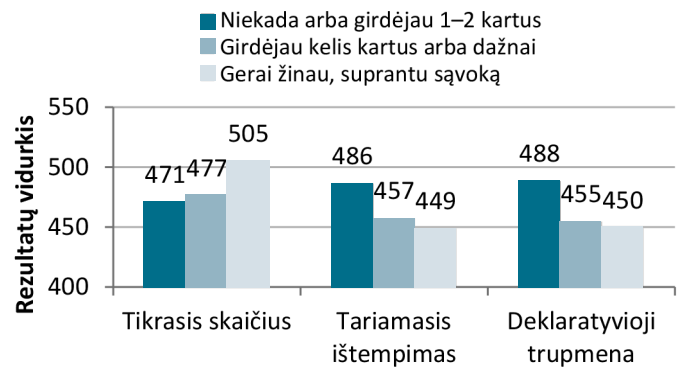
Duomenų šaltinis: PISA 2012 duomenų bazė

8 pav. Mokinių, gerai žinančių, suprantančių sąvokas, dalis (proc.) pagal pasiekimų lygius



Duomenų šaltinis: PISA 2012 duomenų bazė

10 pav. Matematikos sąvokų supratimas ir mokinių matematinio raštingumo rezultatų vidurkis



Duomenų šaltinis: PISA 2012 duomenų bazė

KOKIŲ UŽDAVINIŲ SPRENDIMAS LĖMĖ MATEMATINIO RAŠTINGUMO REZULTATUS?

Didelę dalį laiko matematikos ugdymo procese mokiniai praleidžia sprenddami įvairius uždavinius. Kokio tipo uždavinius dažniausiai sprendžia mūsų mokiniai? Kaip tai susiję su jų matematinio raštingumo rezultatais? Per 2012 m. PISA tyrimą mokiniams buvo pateikti keli uždavinių pavyzdžiai (nenurodant jų tipo) ir teirautasi, kaip dažnai tokio pobūdžio uždavinius mokiniai sprendžia pamokų metu (žr. 11 pav.). Paaiškėjo, kad itin dažnai mokykloje yra sprendžiami 1 tipo (94 proc.) ir 2 tipo (84 proc.) uždaviniai. Nustatyta, kad kuo dažniau šio tipo uždaviniai yra sprendžiami, tuo mokinių matematinio raštingumo rezultatai statistiškai reikšmingai aukštesni (žr. 12 ir 13 pav.).

Anot mokinių, 3 ir 4 tipo uždaviniai mokykloje sprendžiami rečiau (atitinkamai 79 proc. ir 62 proc.). Mokinių atsakymai apie 3 tipo uždavinių sprendimo dažnumą nekoreliuoja su jų pasiekimais. Teigusią, kad 4 tipo uždaviniai per pamokas yra sprendžiami dažnai, rezultatai buvo statistiškai reikšmingai (21 skalės tašku) žemesni negu atsakiusių, kad su tokio tipo uždaviniais susiduria retai. Galbūt silpnesniems mokiniams praktinio turinio užduotys atrodo dažniau sprendžiamos, nes būtent tokiems mokiniams pritaikytų uždavinių vadovėliuose yra daugiausiai, o ir sugalvoti pačiam mokytojui nėra sunku? Tuo tarpu sudėtingesnių įdomių praktinio turinio užduočių stokojama, o mokytojų gebėjimai kurti įvairias šiuolaikiškas užduotis menkai išlavinti.

11 pav. Uždavinių tipai ir jų pavyzdžiai

1 tipas – matematinių įgūdžių reikalaujantys uždaviniai.

1 pvz.: Išspręskite $2x + 3 = 7$.

2 pvz.: Raskite dėžės, kurios kraštinės 3 m, 4 m ir 5 m, tūrį.

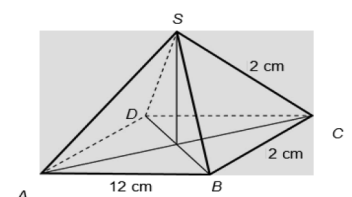
2 tipas – suprasti žodinį uždavinį ir atlikti reikiamus skaičiavimus.

3 pvz.: Onutė yra dvejis metais vyresnė už Birutę, o Birutė yra keturis kartus vyresnė už Saulių. Kiek metų Sauliui, jei Birutei yra 30?

4 pvz.: Ponas Kalvaitis nusipirko televizorių ir lovą. Televizorius kainavo 625 dolerius, bet jis gavo 10 % nuolaidą. Lova kainavo 200 dolerių. Už atvežimą jis sumokėjo 20 dolerių. Kiek pinigų išleido p. Kalvaitis?

3 tipas – uždaviniuose pritaikyti matematikos žinias ir padaryti išvadas.

5 pvz.: Apskaičiuokite piramidės aukštį.

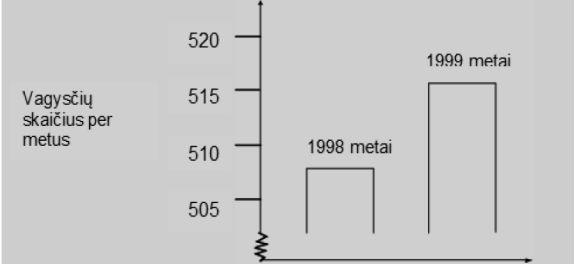


6 pvz.: Jei n yra bet koks skaičius, ar $(n+1)^2$ gali būti pirminis skaičius?

4 tipas – taikant matematikos žinias, rasti naudingus kasdieniame gyvenime arba darbe kylančių problemų sprendimus.

7 pvz.:

Televizijos žurnalistas sako: „Ši diagrama rodo, kad nuo 1998 m. iki 1999 m. labai padaugėjo apipėšimų“.



Ar Jūs manote, kad žurnalisto teiginys yra pagrįsta diagramos interpretacija? Paaiškinkite savo atsakymą.

8 pvz.: Ilgą laiką ryšys tarp rekomenduojamo maksimalaus žmogaus širdies susitraukimų dažnio ir jo amžiaus buvo apibūdinamas šia formule:

$$\text{Rekomenduojamas maksimalus širdies susitraukimų dažnis} = 220 - \text{amžius}$$

Naujausi tyrimai parodė, kad šią formulę reikia šiek tiek pataisyti. Naujoji formulė yra tokia:

$$\text{Rekomenduojamas maksimalus širdies susitraukimų dažnis} = 208 - (0,7 \cdot \text{amžius})$$

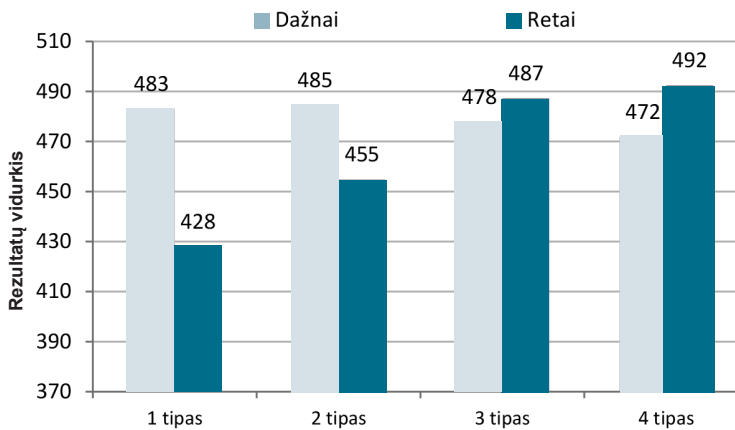
Nuo kokio amžiaus rekomenduojamas maksimalus širdies susitraukimų dažnis padidėja dėl naujos formulės? Parodykite, kaip sprendėte.

Duomenų šaltinis: PISA mokinių klausimynas

5-ą ar 6-ą pasiekimų lygį pasiekę mokiniai nurodė, kad gana dažnai sprendžia pirmų trijų tipų uždavinius, apie pusę šių mokinių teigė, kad gana dažnai sprendžia ketvirtą tipo uždavinius, tačiau šių mokinių rezultatai nėra susiję nė su vieno tipo uždavinių sprendimo dažnumu. Pasidomėjus, kaip sprendžiamų uždavinių dažnumas siejasi su žemo pasiekimų lygio mokinių rezultatais, paaiškėjo, kad tik 1 tipo uždavinių sprendimas teigiamai koreliuoja su šių mokinių pasiekimais. Kitais atvejais sąsaja tarp žemų pasiekimų mokinių

rezultatų ir sprendžiamų uždavinių dažnumo nenustatyta, o tai reiškia, kad žemų pasiekimų mokiniai geba išspręsti tik pačius paprasčiausius uždavinius. Nagrinėjant sprendžiamų uždavinių dažnumą pagal vietovę, reikšmingesnių skirtumų nenustatyta. Vis dėlto iš visų mokinių atsakymų gerokai išsiskiria vilniečių atsakymai. Sostinėje besimokantys mokiniai kur kas rečiau nei jų bendraamžiai iš kitų vietovių mokyklų susiduria su 4 tipo uždaviniais (skirtumas statistiškai reikšmingas).

12 pav. Mokinių matematinio raštingumo rezultatų vidurkis pagal uždavinių tipus ir jų sprendimo dažnumą

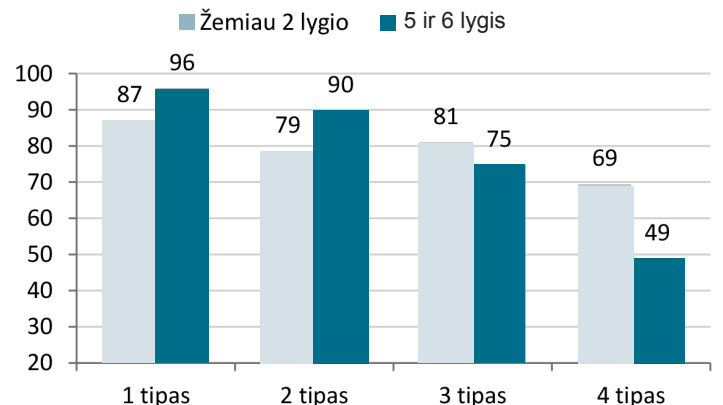


Duomenų šaltinis: PISA 2012 duomenų bazė

Kaip pasiskirstė įvairių tipų mokyklose besimokančių mokinių atsakymai apie sprendžiamų uždavinių tipus, parodyta 14 pav. Statistiškai reikšmingų skirtumų tarp vidurinės mokyklos ir gimnazijos mokinių atsakymų nenustatyta, taigi galima teigti, kad šių tipų mokyklose sprendžiami uždaviniai yra panašūs. Tačiau pagrindinėse mokyklose yra kitaip: čia 3 ir 4 tipo uždaviniams skiriama daugiau, o 1 ir 2 tipo – mažiau dėmesio nei kitų tipų mokyklose. Tam galėjo turėti įtakos bent keli veiksniai: standartizuoti testai, nacionalinių ir tarptautinių tyrimų duomenis lydinčios rekomendacijos, pagrindinių mokyklų mokytojų mokymai, naujų matematikos vadovėlių gausa ir kt.

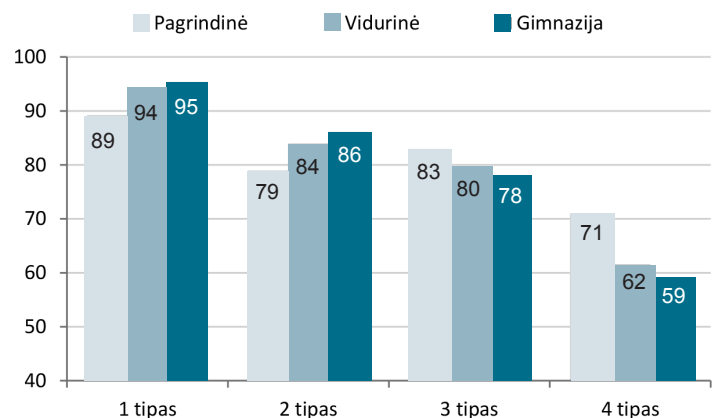
Galima teigti, kad mokytojų požiūris į pamokoje sprendžiamus uždavinius nevienodas. Akivaizdu, kad nepakankamai susimąstoma apie mokiniams parenkamų uždavinių įvairovę ir tikslingumą, įvairių formų ir kontekstų teikiamas galimybes ir paskirtį, nepakankamai atsižvelgiama į įvairių pasiekimų lygių mokinių gebėjimus ir poreikius. Tyrimų duomenimis, turimas matematikos vadovėlis vis dar tebėra pagrindinė mokymo priemonė, todėl aktualu būtų profesionaliai ištirti vadovėlių uždavinių sistemas, įvertinti galimą jų poveikį mokinių pasie-

13 pav. Mokinių, kurie teigia dažnai susiduriantys su įvairaus tipo uždaviniais, pasiskirstymas (proc.) pagal pasiekimų lygius ir uždavinių tipus



Duomenų šaltinis: PISA 2012 duomenų bazė

14 pav. Mokinių, kurie teigia dažnai susiduriantys su įvairaus tipo uždaviniais, pasiskirstymas (proc.) pagal mokyklos tipą ir uždavinių tipus



Duomenų šaltinis: PISA 2012 duomenų bazė

kimams. Kur kas daugiau tyrėjų dėmesio turėtų sulaukti ir metodai, kuriuos vadovėlių autoriai siūlo mokymosi medžiagai įsisavinti, dalykinėms ir bendrosioms kompetencijoms ugdyti.

KOKIUS IŠŠŪKIUS ESAME PASIRENGĘ PRIIMTI?

Matematinio raštingumo svarba neginčijama. Europos Komisija, reikšdama susirūpinimą dėl augančios mokinių, pasiekusių žemiausius pasiekimus, dalies, parengė rekomendacijas „Dėl matematikos ir gamtos mokslų žemų pasiekimų“. Šalims rekomenduojama:

- Aiškiai išreikšti **politiniu lygmeniu** siekį sumažinti mokinių, kurių pasiekimai yra žemi, skaičių.
- **Integruoti** matematikos mokymą į kitų dalykų mokymą, kuriant integruotas dalykų mokymo ar tarpdalykinio ugdymo programas. Ugdyti matematinį raštingumą per bendrąsias ugdymo programas.
- Nustatyti aiškius **ugdymo programų standartus**.
- Skatinti formuojamąjį ir diagnostinį **vertinimą ir grįžtamąjį ryšį**.
- Sukurti **sistemą, kuri padeda atpažinti vertingą patirtį ir leidžia ją dalintis**.
- Skatinti strateginius sprendimus, kurie yra **ilgalaikiai, ekspertų rekomenduojami ir nepolitizuoti**, taip pat tokias strategijas, kurios **dera tarpusavyje ir viena kitą sustiprina**.
- Kurti sąlygas **ankstyvam žemų pasiekimų diagnostiniam, stebėsenai ir intervencijai** mokyklos lygmeniu.
- Teikti **veiksmingą integruotą mokymosi pagalbą** mokyklos darbo laiku.
- Sutelkti dėmesį į mokinius iš **sunkiai gyvenančių šeimų**. Sudaryti sąlygas **individualizuotam mokymui(si) (IKT paremtas mokymas, projektinis mokymas ir kt.)**.
- **Motivuoti mokytojus** plėtoti kompetencijas, siūlant karjeros galimybes, taikant atitinkamą atlyginimo sistemą, pripažįstant mokytojų pastangas mažinti žemus mokinių pasiekimus.
- Ugdant pabrėžti **socialinius emocinius gebėjimus**, su-sivaldymą, atkaklumą ir savivoką, siekiant bendros gerovės ir motyvuojant mokinius.
- **Itraukti tėvus**, didinant pagalbą ir plečiant aktyvų jų dalyvavimą mokyklos veiklose.
- Skatinti **visuminį požiūrį į bendrąjį ugdymą**.
- Kurti pozityvias intervencijas esminiams „perėjimo“ etapams, ypač perėjimui **iš pradinio ugdymo į pagrindinį**.
- **Tobulinti tyrimus**, susijusius su ugdymu ir pasiekimais, siekiant mažinti mokinių, priklausančių žemų pasiekimų rizikos grupei, skaičių.

LITERATŪRA

1. *Matematinio raštingumo užduočių pavyzdžiai. Tarptautinis penkiolikamečiu tyrimas*. Programme for International Student Assessment. OECD PISA 2012. 2014. Nacionalinis egzaminų centras. [http://www.egzaminai.lt/failai/4544_OECD_PISA_2012_matematinio_rastingumo_uzduociu_pavydziai_\(NET\).pdf](http://www.egzaminai.lt/failai/4544_OECD_PISA_2012_matematinio_rastingumo_uzduociu_pavydziai_(NET).pdf) .
2. *Mathematics Education in Europe: Common Challenges and National Policies*. 2011. Eurydice. http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic_reports/132EN.pdf .
3. OECD PISA duomenų bazė. <http://pisa2012.acer.edu.au/> .
4. *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I)*. 2013. OECD. <http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-volume-i.htm> .
5. PISA Assessment and Analysis Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy. 2013. OECD. <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012draftframeworks-mathematicsproblemsolvingandfinancialliteracy.htm> .
6. Tarptautinis penkiolikmečių tyrimas OECD PISA 2012. Ataskaita. 2013. Nacionalinis egzaminų centras.

ŠVIETIMO PROBLEMOS ANALIZĖ – Švietimo ir mokslo ministerijos leidinių serija, skirta politikams, savivaldybių švietimo padalinių specialistams ir plačiajai visuomenei, nušviečianti kylančias ir sprendžiamas švietimo problemas. Serijoje „Švietimo problemos analizė“ pateikiama glausta, konkreti ir aktuali švietimo sistemos funkcionavimo problemų analizė. Leidiniai skelbiami internete adresu <http://www.smm.lt/web/lt/teisesaktai/tyrimai-ir-analizes/svietimo-problemos-analizes/2012-metu> ir portale Emokykla.

Pasiūlymus, pastabas ar komentarus prašome siųsti Švietimo ir mokslo ministerijos Strateginių programų biuro vedėjui Ričardui Ališauskui (el. p. ricardas.alisauskas@smm.lt).

Autorius, norinčius publikuoti savo parengtas analizes serijoje „Švietimo problemos analizė“, prašome kreiptis į Švietimo ir mokslo ministerijos Strateginių programų biuro vyresniąją specialistę Veroniką Šiurkienę (el. p. veronika.siurkiene@smm.lt, tel. (8 5) 219 1121).

Analizę parengė: Nacionalinės mokyklų vertinimo agentūros Politikos analizės skyriaus metodininkė Donata Vaičiūnaitė ir Lietuvos edukologijos universiteto, Gamtos, matematikos ir technologijų fakulteto docentė dr. Viktorija Sičiūnienė.

Konsultavo Švietimo ir mokslo ministerijos Strateginių programų biuro vedėjo pavaduotoja dr. Rita Dukynaitė, Švietimo ir mokslo ministerijos Pagrindinio ir vidurinio ugdymo skyriaus vyriausioji specialistė Marytė Skakauskienė, Nacionalinio egzaminų centro Mokinių pasiekimų tyrimų ir analizės skyriaus vedėjas Mindaugas Stundža.

MATEMATINIS RAŠTINGUMAS PISA TYRIMŲ PAGRINDU

Redaktorė *Mimoza Kligenė*

Maketavo *Valdas Daraškevičius*

2014-11-04. Tir. 1 500 egz.

Išleido Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministerijos
Švietimo aprūpinimo centras, Geležinio Vilko g. 12, LT-01112 Vilnius
Spausdino UAB UAB „Lodvila“, Sėlių g. 3A, LT-08125 Vilnius